

Úloha II.4 . . . rovnoběžná srážka

6 bodů; průměr 2,59; řešilo 99 studentů

Pták Fykosák sleduje, jak se kolem něj v jeho inerciální vztažné soustavě po rovnoběžných trajektoriích pohybují konstantními nerelativistickými rychlostmi dva hmotné body. Stejně jako on najdete odpověď na otázku, jestli se pro nějakého jiného inerciálního pozorovatele můžou tyto trajektorie protnout. Pokud ano, je možné, aby se dané hmotné body při správných počátečních podmínkách srazily v tomto průsečíku? Je to konzistentní s tím, že podle Fykosáka se pohybují paralelně? Marek J. se rád sráží.

Pohyb dvou hmotných bodov vieme popísať pomocou vektorov. Keďže sa jedná o rovnomerný priamočiary pohyb, tak celú informáciu nám dávajú ich rýchlosti, ktoré označíme \mathbf{v}_1 a \mathbf{v}_2 . Vo Fykosákovskej vzťažnej sústave sú rovnobežné a teda ich vektorový súčin je **nulový**. Transformovanie rýchlostí do iného inerciálneho systému sa redukuje na odčítanie rýchlostí tohto nového systému (\mathbf{v}_n) od daných rýchlostí

$$\mathbf{v}_{1n} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_n,$$

$$\mathbf{v}_{2n} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_n.$$

A aby sa mohli pretnúť, musí platiť podmienka $\mathbf{v}_{1n} \times \mathbf{v}_{2n} \neq \mathbf{0}$, a teda

$$(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_n) \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_n) \neq \mathbf{0},$$

čo vieme s využitím vlastností vektorového súčinu, podmienky $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$ a identity $\mathbf{v}_n \times \mathbf{v}_n = \mathbf{0}$ napísať ako

$$(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \times \mathbf{v}_n \neq \mathbf{0}. \quad (1)$$

Vzťah (1) platí pre všetky \mathbf{v}_n , ktoré nie sú paralelné s dráhami \mathbf{v}_1 a \mathbf{v}_2 za predpokladu, že $\mathbf{v}_1 \neq \mathbf{v}_2$. V prípade rovnosti budú trajektórie rovnobežné vždy. Avšak pozor, podmienka daná rovnicou (1) je nutná, ale nie postačujúca (uvažujte pohyb hmotných bodov paralelne s osou x kartézskoho systému a transformáciu danú rýchlosťou len so zložkou z . V 3D totiž môžu byť trajektórie mimobežné). Stále však vidíme, že existuje nekonečne veľa pozorovateľov, pre ktorých sa dané trajektórie pretnú! (Na ukážku transformujeme príklad spomenutý skôr, ale teraz s nulovou zložkou z . Potom ľubovoľná rýchlosť s nenulovými zložkami v x -ovom a y -ovom smere transformuje trajektórie na pretínajúce sa.)

Môžu sa však dané dva hmotné body aj reálne zraziť? To by vyžadovalo, aby ich vzájomná vzdialenosť bola v nejakom čase nulová. Popíšme trajektórie hmotných bodov matematicky. Ako počiatok súradnicovej sústavy zvolme polohu prvého hmotného bodu v (nejakom) čase t_0 . Jeho trajektória ja potom daná ako $\mathbf{d}_1 = \mathbf{v}_1 t$. Povedzme, že pták Fykosák ich videl v čase t_0 vo vzájomnej vzdialenosti \mathbf{s} . To znamená, že dráha druhého bodu je popísaná výrazom $\mathbf{d}_2 = \mathbf{v}_2 t + \mathbf{s}$. Transformáciu do inej inerciálnej sústavy uskutočníme dosadením transformovaných rýchlostí \mathbf{v}_{1n} a \mathbf{v}_{2n} , ktoré sú vyjadrené vyššie. Pre zrážku musí teda platiť

$$\mathbf{d}_{1n} - \mathbf{d}_{2n} = \mathbf{0},$$

čím dostaneme

$$(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) t = \mathbf{s},$$

čo platí iba ak je s rovnobežný s rýchlostami vo Fykosákovej sústave. Inými slovami dané body idú po tej istej trajektórii a možné je len obehnutie (pre nejaké veľkosti ich rýchlostí). Pre rozdielne trajektórie zrážka hmotných bodov nie je možná ani v rôznych inerciálnych systémoch.

Marek Jankola
marekj@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.