

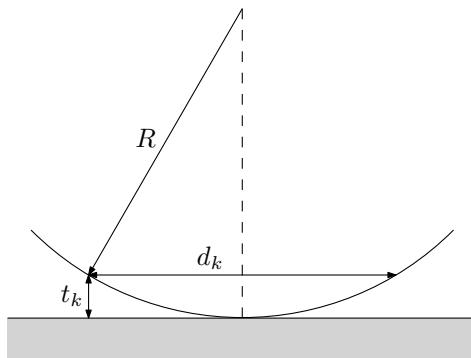
## Úloha II.5 ... je šišaté, bude s ním veselo

5 bodů; (chybí statistiky)

Mirkovi během zimních měsíců přišlo, že má doma na čtení příliš šero. Usmyslel si proto, že nechá do zdi pokoje vybourat otvor pro další okno. Nejdřív se ale vydal do sklářství koupit okenní tabulku. Moc se mu líbila jedna kruhová, ale ještě než ji koupil, potřeboval prozkoumat, jestli není sklo příliš křivé (vypuklé). Položil tabulku na dokonale rovnou skleněnou desku na pultě obchodu a pozoroval duhové kroužky, které vznikly kolem středu tabulky interferencí kolmo dopadajícího bílého světla na vzduchové mezeře mezi skly. Mirek náhodně vybral dva sousední červené kroužky ( $\lambda \approx 700 \text{ nm}$ ) a pravítkem změřil jejich průměry  $d_k = (10,5 \pm 0,5) \text{ mm}$  a  $d_{k+1} = (13,0 \pm 0,5) \text{ mm}$ . Na základě těchto údajů už dokázal určit poloměr křivosti kruhového skla. Určete ho i vy a zamyslete se nad tím, s jakou přesností byl staven.

*Mirek si nechce zkazit oči.*

Zadání úlohy popisuje dobře popsáný jev interference světla na tenké vrstvě proměnné tloušťky. Vzniklé duhové kroužky se nazývají Newtonovy. Ke studiu problému nám pomůže nákres na obrázku 1.



Obr. 1: Kolmý řez skly s vyznačeným průměrem kroužku  $d_k$ , poloměrem křivosti  $R$  a tloušťkou vzduchové vrstvy  $t_k$ .

Interference světla odraženého na kruhové části a na rovné skleněné desce bude záviset na tloušťce vzduchové vrstvy  $t$ . Pomocí Pythagorovy věty nalezneme vztah

$$\left(\frac{d_k}{2}\right)^2 = R^2 - (R - t)^2 \approx 2Rt \quad (1)$$

mezi poloměrem křivosti vypuklého skla  $R$  a tloušťkou vzduchové vrstvy  $t_k$  v místě, kde pozorujeme kroužek. Jelikož vyklenutí skla musí být malé, aby bylo vůbec možné kroužky pozorovat, použili jsme aproximaci  $R \gg t$ . Vyjádříme tloušťku

$$t = \frac{d_k^2}{8R}. \quad (2)$$

Dále víme, že kroužky představují interferenční maximum, vlny tedy musí být fázově posunuty o celistvý násobek vlnové délky  $k\lambda$ . Kromě dráhového rozdílu  $t_k$  nesmíme zapomenout na

skutečnost, že na rovině destičce dochází k odrazu zpět do opticky řidšího prostředí. V takovém případě se fáze vlny posune<sup>1</sup> o  $\lambda/2$  Celkem tedy na tloušťku vrstvy klademe požadavek

$$2t_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda,$$

po úpravě

$$t_k = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}.$$

V našem případě pracujeme se sousedními maximy, dostaneme tedy

$$t_{k+1} - t_k = \frac{\lambda}{2}.$$

S využitím vztahu (2) dostaneme rovnost

$$t_{k+1} - t_k = \frac{\lambda}{2} = \frac{d_{k+1}^2 - d_k^2}{8R}.$$

Z ní už vyjádříme hledaný poloměr

$$R = \frac{d_{k+1}^2 - d_k^2}{4\lambda} \doteq 21 \text{ m}. \quad (3)$$

Rychlým pohledem na (1) odhadneme, že při průměru okna 0,5 m by byly okraje o 1 mm tenčí, což už je lehce na pováženu vzhledem ke standardní tloušťce tažných skel 4 mm.

Nakonec nám úloha ukládá spočítat, s jakou přesností jsme poloměr stanovili. Označme  $\sigma_R$  nejistotu nepřímého měření poloměru a  $\sigma = 0,5 \text{ mm}$  nejistotu měření délky. Z Gaussova kvadratického zákona hromadění chyb<sup>2</sup> nalezneme vztah

$$\sigma_R = \frac{\sigma}{2\lambda} \sqrt{d_{k+1}^2 + d_k^2} \doteq 6 \text{ m}.$$

Nalezený poloměr je tedy  $R = (21 \pm 6) \text{ m}$ . Nejistota je poměrně velká, a i tak je pravděpodobně podhodnocená, protože na duhovém kroužku je nesnadné určit přesně barvu odpovídající  $\lambda = 700 \text{ nm}$ . Hlavním zdrojem nejistoty je však skutečnost, že ve výrazu (3) pracujeme s rozdílem blízkých hodnot. Přesnost měření bychom tedy mohli vylepšit tím, že bychom pozorovali vzdálenější proužky  $l - k > 1$  nebo že bychom použili monochromatické světlo a odečítali průměr kroužků v minimech, která jsou lépe rozlišitelná.

**Miroslav Hanzelka**  
mirek@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

<sup>1</sup>Pokud vás zajímá fyzikální zdůvodnění tohoto jevu, hledejte heslo *Fresnelovy vzorce*. Jako mechanická představa poslouží odraz vlny na pevném konci. Skutečnost, že se tento posun později ve výpočtech odečte, nás neopravňuje ho zde vynechat.

<sup>2</sup>Jde o vztah, který budete potřebovat při většině fyzikálních měření. Jeho znění a další užitečné informace naleznete např. v knihovničce Fyzikální olympiády: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>