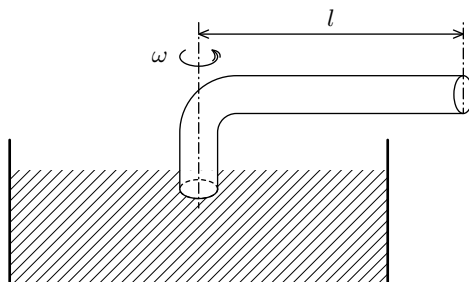


Úloha VI.3 ... čerpadlo

4 body; průměr 2,86; řešilo 22 studentů



Obr. 1: Trubice ponořená ve vodě

Mějme zahnutou trubici délky l plnou vody, jejíž spodní konec je ponořen do nádoby (obrázek 1). Trubicí otočíme jednou za čas T . Pod jakým tlakem je nasávána voda z nádoby? Viskozitu vody a tlak sloupce vody ve svislé části zanedbejte. Vyčerpaný Petr.

Máme trubici délky l , s plošným prierezom S , ktorá sa otáča s periódou T . Uvažujeme, že prúdenie v trubici je ustálené a laminárne bez trenia (nulová viskozita) a voda je nestlačiteľná (nemení hustotu s tlakom). Na prúdenie sa budeme pozerat zo sústavy trubice. Keďže sa rýchlosť (vektor!) každého bodu trubice vzhľadom na zem mení, ide o neinerciálnu sústavu. Preto, ak budeme sa pozerat na systém z pohľadu tejto sústavy, budú sa tu vyskytovať fiktívne sily. Vzdialenosť od osi otáčania označíme r . V trubici si vyberieme malý element vody v tvare valčeka s plochou podstavy S a výškou dr , kde jedna podstava sa bude nachádzať vo vzdialenosti r od osi otáčania a druhá podstava sa bude nachádzať vo vzdialenosti $r + dr$ od osi otáčania. Uvažujeme, že priečne rozmery trubice sú oproti pozdĺžnym rozmerom zanedbateľné malé, a teda vzdialenosť všetkých bodov valčeka od osi otáčania bude r . Keďže ide o ustálené prúdenie, rýchlosť tečenia vody sa s časom nemení, a preto výslednica všetkých síl pôsobiacich na valček je nulová. Na valček pôsobia v smere prúdenia tieto sily:¹odstredivá sila (sme v neinerciálnej sústave), tlaková sila zozadu a tlaková sila spredu. Keďže všetky sily pôsobia v rovnakom smere môžeme písať skalárne

$$dF = F_p(r) - F_p(r + dr) + \omega^2 r dm.$$

Tlakové sily vyjadríme z tlaku v danom mieste a plochy, na ktorú tlak pôsobí. Hmotnosť valčeka určíme z hustoty vody a objemu valčeka. Uhlová rýchlosť otáčania ω sa vyjadrí ako uhol otočenia za čas (za jednu periódu to je 2π rad). Po dosadení dostávame

$$dF = p(r)S - p(r + dr)S + \frac{4\pi^2 r \rho S}{T^2} dr.$$

Keďže ide o ustálené prúdenie, celková sila dF je nulová. Môžeme preto písať

$$p(r + dr) - p(r) = dp = \frac{4\pi^2 r \rho}{T^2} dr.$$

¹Na valček vody pôsobia aj sily kolmo na smer prúdenia a to Coriolisová sila a sila od steny trubice, ktorá Coriolisovú silu kompenzuje.

Riešením diferenciálnej rovnice separáciou premenných dostávame

$$p(l) - p(0) = \frac{2\pi^2 \rho l^2}{T^2}.$$

Tlak na konci trubice je rovný atmosférickému tlaku p_{atm} . Preto tlak, pod ktorým je nasávaná voda, je rozdiel tlaku na hladine vody (atmosférický tlak) a tlaku na osi otáčania ($r = 0$). Môžeme písať

$$\Delta p = p_{\text{atm}} - p(0) = p_{\text{atm}} - p(l) + \frac{2\pi^2 \rho l^2}{T^2} = \frac{2\pi^2 \rho l^2}{T^2}.$$

Jakub Kocák
jakub@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.