

23. ročník, úloha I. E ... fridex !!! chybí statistiky !!!

Organizátoři jedou na severní pól. Mají motorové saně a i přes třeskuté mrazy okolo točny musí lít do chladiče Fridex. Poradte jim, jakou mají volit směs alkoholu s vodou, to znamená, určete, jaká je závislost teploty tuhnutí směsi alkoholu s vodou na jeho koncentraci. Nemáte-li dostatečně výkonný mrazák, změřte, při jaké koncentraci směs zmrzne při nějaké pevně dané teplotě. *Z cest po Sibíři si kromě manželky přivezl Jarda i tuto úlohu.*

Teorie

Hledáme rovnovážný stav směsi za normálního tlaku kapaliny a pevné látky. Řekněme, že měrná tepelná kapacita c nezávisí na teplotě a použijeme tedy hodnoty z tabulek. V řešení budeme užívat následující značení a konstanty: měrná tepelná kapacita kapalné vody $c_v = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_{\text{led}} = 2,10 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrná tepelná kapacita kapalného etanolu $c_{e1} = 2,44 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrná tepelná kapacita pevného etanolu $c_{e2} = 0,97 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrné latentní teplo tání vody l_v , měrné latentní teplo tání etanolu l_e , poměrná hmotnost vody m_v , poměrná hmotnost etanolu m_e , teplota tání čisté vody $t_v = 0,00 \text{ }^\circ\text{C}$ a teplota tání 98% roztoku etanolu $t_e = -144,4 \text{ }^\circ\text{C}$.

U latentního tepla a hmotnosti nebudeme konkrétní hodnoty potřebovat. Poměr hmotností látek musí splňovat rovnost $1 = m_v + m_e$. Při postupném ochlazování vody a posléze etanolu z teploty t_{poc} pod bod tuhnutí na teplotu t_{vysl} , nebo při ochlazování směsi těchto kapalin na tutéž výslednou teplotu je odevzdané teplo stejné. Můžeme tedy napsat rovnici

$$m_v (c_v(t_{\text{poc}} - t_v) + c_{\text{led}}(t_v - t_{\text{vysl}}) + l_v) + m_e (c_{e1}(t_{\text{poc}} - t_e) + c_{e2}(t_e - t_{\text{vysl}}) + l_e) = \\ = m_v (c_v(t_{\text{poc}} - t_t) + c_{\text{led}}(t_t - t_{\text{vysl}}) + l_v) + m_e (c_{e1}(t_{\text{poc}} - t_t) + c_{e2}(t_t - t_{\text{vysl}}) + l_e) ,$$

podle níž teplota tání směsi je

$$t_t = \frac{m_v t_v (c_v - c_{\text{led}}) + m_e t_e (c_{e1} - c_{e2})}{m_v (c_{\text{led}} - c_v) + m_e (c_{e2} - c_{e1})} .$$

Podle tohoto předpisu by změna teploty tání na základě procentuálního obsahu alkoholu ve směsi měla mít průběh jako křivka „Model“ v grafu na obrázku 1.

Experiment

Jako chladičí médium použijeme tekutý dusík. Pokud jej nemáme k dispozici, použijeme mrazák. Do šesti nádobek jsme vлили po 25 ml směsi kapalin a pokus opakovali třikrát. Připravili jsme si různé objemové koncentrace lihu s vodou a z nich jednoduchým převodem koncentrací hmotnostní (známe poměr hustot kapalin). Pro přesné výsledky jsme vzorky připravovali injekční stříkačkou; vzhledem k mrazákové verzi úlohy, a tedy nedosažitelných $-18 \text{ }^\circ\text{C}$ jsme vypočítali, že bude stačit 17% koncentrace lihu. V malých nádobkách jsme nechali všechny materiály zmrznout. Jelikož změna skupenství směsi je charakterizována teplotní rovnováhou, zmrazené nádoby (bohužel jedna se nám nezmrazila ani po několika hodinách – právě těch hraničních 16 hmotnostních procent).

Plastové odměrky mráz vydržely; poté, co vše zmrzlo, vyndali jsme vzorky do teplého prostředí a bedlivě sledovali. Čekali jsme na postupné rozmrazání vzorků. Nechtěli jsme nechat teploměry do vzorků přímo zamrznout, aby se nepoškodily.

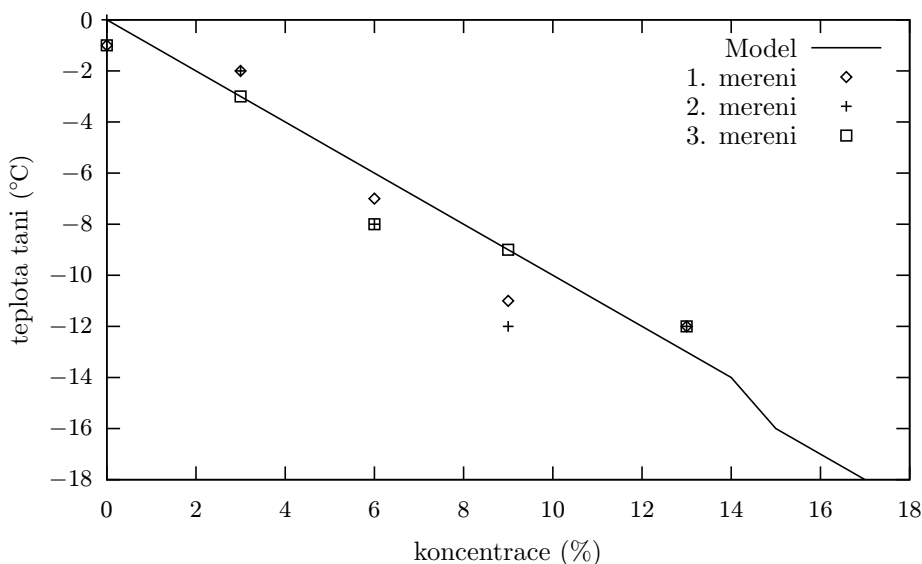
Jakmile vzorek začal tát, měřili jsme teplotu natáté ledovité vrstvy v okamžiku, kdy se celá špička (lihového) teploměru ponořila. Získali jsme tak data tání vrstev, která jsme zanesli do následující tabulky.

Tuhnutí vzorků

Objem alkoholu (z 25 ml)	Procento hmotnosti	$t_t(1)$	$t_t(2)$	$t_t(3)$	\bar{t}_t
0 ml	0	-1	0	-1	$(-0,7 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
1 ml	3	-2	-2	-3	$(-2,3 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
2 ml	6	-7	-8	-8	$(-7,7 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
3 ml	9	-11	-12	-9	$(-10,7 \pm 1,1)^\circ\text{C}$
4 ml	13	-12	-12	-12	$(-12,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
5 ml	16				

Vzhledem k nepříliš přesnému teploměru bylo možné měřit pouze s přesností na stupně.

Porovnáme-li námi naměřené hodnoty – kde mimochodem vychází teplota tání čisté vody výrazně pod 0°C – s hodnotami z modelu, získáváme graf na obrázku 1.



Obr. 1. Srovnání teoretického modelu s experimentem

Velká nepřesnost vznikla metodou měření – teploty byly podhodnocené, je zde patrný mnohem větší gradient než v modelu. Někteří řešitelé si s tímto problémem poradili měřením pomocí diody jako např. *Tomáš Pikálek*. Pro velmi nízké teploty arktických mrazů se však naše výsledky vesměs shodují na minimálně 35 hmotnostních procentech etanolu.

Hana Šustková

hanka@fykos.mff.cuni.cz