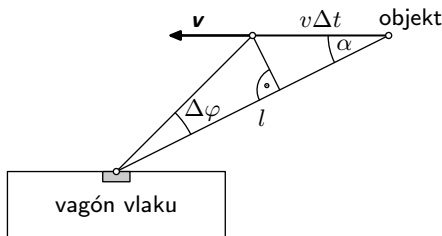


21. ročník, úloha I. 1 ... mihání krajiny (3 body; průměr 2,46; řešilo 56 studentů)

Prozkoumejte skutečnost, že se při pohledu z jedoucího vlaku vzdálenější objekty na horizontu zdánlivě pohybují po okně pomaleji, zatímco sloupy u trati se jen tak mihnou. Jak závisí tato zdánlivá rychlost pohybu krajiny na její vzdálenosti od cestující veřejnosti?

Cestou domů napadla úloha Tomáše Jirotku.

Nejprve je důležité si uvědomit, že při sledování svého okolí pozorujeme *úhlové veličiny* (zorný úhel, úhlová rychlost, úhlové zrychlení ...). Uvažujme nyní situaci jedoucího vlaku v soustavě spojené s vlakem. Vlak tedy stojí (zanedbáváme drobné vychylování jednotlivých vozů) a jeho okolí se pohybuje rychlostí v . Sledujeme objekt ve vzdálenosti l , který se vůči nám pohybuje rychlostí v . Úhel, který svírá vektor rychlosti se spojnicí vlaku s objektem, označme α . Pro úhlovou rychlost objektu na obzoru poté dostáváme vztah



Obr. 1. Zdánlivý pohyb krajiny

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{v\Delta t \sin \alpha}{l - v\Delta t \cos \alpha} \right) \right].$$

Jelikož se při pohybu obecně úhel mezi rychlostí a spojnicí mění, musíme uvažovat nekonečně malé časové úseky, proto v limitě dostáváme

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{v\Delta t \sin \alpha}{l - v\Delta t \cos \alpha} \right) \right] = \frac{v \sin \alpha}{l}.$$

Zde již vidíme hledanou závislost, zdánlivá rychlost objektů je nepřímě úměrná vzdálenosti od cestující veřejnosti. V obecném případě je též úměrná sinu úhlu mezi vektorem rychlosti a spojnicí s pozorovatelem ve vlaku.

Lukáš Malina

lukasm@fykos.mff.cuni.cz