

17. ročník, úloha III. P ... jede, jede autíčko (5 bodů; průměr 1,13; řešilo 30 studentů)

Představte si autíčko, jehož motor má konstantní tažnou sílu F , pohybující se rychlostí v . Jeho výkon tedy je $P = Fv$. Avšak cyklista jedoucí konstantní rychlostí u pozoruje výkon $P = F(v - u)$. Spotřeba benzínu, která odpovídá výkonu, je však stejná z pohledu cyklisty i stojícího chodce. Vysvětlete tento „paradox“. Odpor vzduchu neuvvažujte.

Na klasický paradox v mechanice si vzpomněl Honza Prachař.

Většina řešitelů k této úloze přistoupila tak, že nějakým způsobem napsala, že zákon zachování energie platí, tudíž i z pohledu cyklisty musí mít autíčko výkon Fv . Avšak jen málo vysvětlilo paradox, který spočívá v tom, proč cyklista pozoruje výkon jen $F(v - u)$ a kam se ztratí onen zbytek.

Správné vysvětlení je takové, že ve vztažné soustavě cyklisty autíčko působí na vozovku reakční silou $-F$, vozovka se pohybuje vůči cyklistovi rychlostí u . Tedy zbývající výkon Fu autíčko spotřebuje na rozpohybování vozovky.

Na úlohu se můžeme podívat i z energetického hlediska. Z pohledu pozorovatele stojícího pevně v prostoru se za krátký čas dt zvětší kinetická energie auta o $[v(dt)^2 - v(0)^2]m/2$ a kinetická energie Země o $[V(dt)^2 - V(0)^2]M/2$, kde velká písmenka se vztahují k parametrům Země, malá k parametrům autíčka. Písmenko d před veličinou znamená, že se jedná o malou změnu. Předpokládáme-li, že na začátku stojí pozorovatel v klidu vůči Zemi, tedy $V(0) = 0$, a použijeme-li zákon zachování hybnosti, je změna energie Země $m(dv)^2/2M$, což je malinké zanedbatelné číslo.

Z pohledu cyklisty je změna energie autíčka $[(v(dt) - u)^2 - (v(0) - u)^2]m/2$ a změna energie Země $[(V(dt) + u)^2 - u^2]M/2$. Opět použijeme zákon zachování hybnosti, ale tentokrát změna energie Země $mu dv$ není zanedbatelná, neboť Země se vůči cyklistovi na začátku pohybuje rychlostí u . Přičteme-li změnu energie Země ke změně energie autíčka, vyjde nám přesně totéž, co pozoruje chodec.

Lenka Zdeborová
fykos@mff.cuni.cz