

**17. ročník, úloha II. 2 ... fošna v kondenzátoru** (4 body; průměr 1,93; řešilo 27 studentů)

Mezi desky kondenzátoru o obsahu  $S$  a vzdálenosti  $d$  postupně vsouváme dřevěné prkno permitivity  $\epsilon$ , které zcela vyplňuje prostor mezi deskami. Jaký směr a velikost má síla, jež působí na prkno, pokud

- a) náboj  $Q$  na deskách se nemění,  
 b) napětí  $U$  mezi deskami je konstantní?

Autorem vylepšení úlohy z učebnice Halliday Resnick je Honza Prachař.

Hloubku desky kondenzátoru nazvěme  $a$  a šířku  $b$ , její obsah je tedy  $S = ab$ . Délku, po kterou je fošna zasunuta, nazvěme  $x$ . Při vsouvání se mění kapacita kondenzátoru a můžeme ho chápat jako paralelní zapojení vzduchového (vakuového) kondenzátoru a kondenzátoru s fošnou. Tedy

$$C = \frac{\epsilon_0(a-x)b}{d} + \frac{\epsilon_0\epsilon_r xb}{d} = \frac{\epsilon_0 b}{d}(a-x + \epsilon_r x) = \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(1 + \frac{\epsilon_r - 1}{a}x\right).$$

Celková energie kondenzátoru je  $E = CU^2/2 = Q^2/2C$ .

- a) Ze zákona zachování energie plyne, že při  $Q = \text{konst.}$  bude změna energie rovna změně práce vykonané na prknu.

$$dW = dE = -\frac{Q^2}{2C^2} dC = -\frac{Q^2}{2C^2} \frac{\epsilon_0 S}{d} \frac{\epsilon_r - 1}{a} dx = -\frac{Q^2(\epsilon_r - 1)}{2a \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(1 + \frac{\epsilon_r - 1}{a}x\right)^2} dx,$$

$$F = \frac{dW}{dx} = -\frac{Q^2(\epsilon_r - 1)}{2a \frac{\epsilon_0 S}{d} \left(1 + \frac{\epsilon_r - 1}{a}x\right)^2}.$$

Síla  $F$  je záporná, a prkno je tedy přitahováno dovnitř kondenzátoru.

- b) Při konstantním napětí obsahuje elektrický obvod navíc ještě zdroj elektrického napětí, který udržuje konstantní napětí na kondenzátoru. Tím se ale mění náboj na deskách a zdroj pro dodání  $dQ$  vykoná práci  $dW_1 = U dQ$ . Ze zákona zachování energie pro  $U = \text{konst.}$  platí

$$dW + dW_1 = dE,$$

tedy

$$dW = dE - dW_1 = \frac{U^2}{2} dC - U^2 dC = -\frac{U^2}{2} dC = -\frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} \frac{\epsilon_r - 1}{a} dx,$$

$$F = \frac{dW}{dx} = -\frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d} \frac{\epsilon_r - 1}{a}.$$

Síla  $F$  je opět záporná, prkno je přitahováno do kondenzátoru, narozdíl od prvního příkladu však síla nezávisí na tom, jak hodně je prkno zasunuto.

**Karel Tůma**

[kajjinek@fykos.mff.cuni.cz](mailto:kajjinek@fykos.mff.cuni.cz)

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.