

17. ročník, úloha I. S ... *elektromagnetické pole* (5 bodů; průměr 2,74; řešilo 39 studentů)

- a) V prostoru je homogenní magnetické a elektrické pole (homogenní pole má svou veličinu všude stejnou co do velikosti i směru). Je dána velikost \mathbf{E} i \mathbf{B} a tyto vektory jsou na sebe kolmé. Jak se musí pohybovat elektron, aby na něj nepůsobila žádná síla? Jak je to v případě, že \mathbf{E} a \mathbf{B} svírají úhel 60° ?
- b) Jak bylo řečeno v seriálu, při přemístění jednoho náboje se nezmění síla působící na jiný náboje hned. Pokuste se na základě tohoto faktu vysvětlit, proč má elektromagnetické pole hybnost.

Úlohy vymyslel autor seriálu Honza Houštěk.

- a) Vyjdeme ze známého Lorentzova vztahu pro sílu působící na elektrický náboj o velikosti q pohybující se rychlostí \mathbf{v} v elektrickém a magnetickém poli. A sice

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Zadání požaduje, aby výslednice byla nulová, tedy $\mathbf{F} = \mathbf{0}$. Potom jistě platí

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}.$$

Dle zadání jsou vektory \mathbf{E} a \mathbf{B} na sebe kolmé. Jelikož je ale výsledek vektorového součinu $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$ kolmý na oba vektory, musí být nutně vektor \mathbf{v} kolmý na \mathbf{E} , čili ležet v jedné rovině s \mathbf{B} , jejímž normálovým vektorem je právě \mathbf{E} . Nechť tedy \mathbf{v} svírá s \mathbf{B} nenulový úhel α , přičemž systém \mathbf{B} , \mathbf{v} , \mathbf{E} je pravotočivý. Kdyby nastal případ $\alpha = 0$, byl by vektorový součin $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ roven nule. V tomto případě by výsledná síla působící na náboj byla dána jen elektrickým polem, tedy její velikost by nemohla být pro nenulový vektor \mathbf{E} nulová. Za tohoto předpokladu bude tedy platit

$$|\mathbf{E}| = |\mathbf{B}| |\mathbf{v}| \sin \alpha.$$

Řešením je tedy vektor rychlosti \mathbf{v} , který leží v rovině kolmé na \mathbf{E} . Úhel mezi \mathbf{v} a \mathbf{B} je α (systém \mathbf{B} , \mathbf{v} , \mathbf{E} je pravotočivý). Velikost rychlosti \mathbf{v} je

$$|\mathbf{v}| = \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{B}| \sin \alpha}.$$

Nejčastější chyba byla ta, že někteří řešitelé uvažovali, že rychlost musí být kolmá jak na \mathbf{E} , tak na \mathbf{B} .

V případě, že \mathbf{E} a \mathbf{B} svírají úhel 60° , stačí nahlédnout, že pro libovolný vektor rychlosti bude výsledek vektorového součinu $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kolmý na vektor \mathbf{B} . Tedy nebude rovnoběžný s \mathbf{E} . To ale znamená, že nemůže vliv \mathbf{E} vykompenzovat. Výslednice sil působící na náboj bude potom pro nenulový náboj nenulová.

- b) Jako modelovou situaci si vezměme pokusný osamocený náboj. Někam ho umístíme a v dostatečně velké vzdálenosti od něj vezmeme na pomoc druhý náboj, s kterým nějakým způsobem zahýbeme a vzápětí ho odstraníme. Jestliže se v tomto okamžiku podíváme na soustavu, zjistíme, že je pokusný náboj v klidu. Tedy celková hybnost soustavy tvořená tímto nábojem je nulová. Po „chvilí“ (dané konečnou rychlostí světla) ale budeme pozorovat, že se pokusný náboj začne jistým způsobem pohybovat, tedy se změní jeho hybnost.

Jelikož by se nám ale hodilo, aby platil zákon zachování hybnosti i v takovýchto obecných případech, musíme připustit existenci jakéhosi pole a přisoudit mu hybnost.

Míra Šulc
fykos@mff.cuni.cz