

16. ročník, úloha I. 1 ... odpory (4 body; průměr 2,38; řešilo 61 studentů)

Pro síť na obr. 1 (všechny odpory jsou stejné, jejich velikost označme R) určete odpor mezi dvěma vrcholy šestiúhelníku (uvažte všechna možná zapojení).

Vzhledem k tomu, že síť je symetrická, máme 4 možnosti zapojení: 1-2, 1-3, 1-4 a 2-4.

1. R_{12} – odpor mezi vrcholy 1-2

Ze symetrie vyplývá, že body 0 a 5 mají stejný potenciál, a tedy rezistorem R_{05} nepoteče proud. Proto můžeme R_{05} odstranit a odpor R_{12} vypočítáme jako paralelní zapojení odporů R a $R + R'$, kde

$$R' = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{4R}} = \frac{4}{3}R.$$

Dostaneme výsledek

$$R_{12} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R+R'}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R+\frac{4}{3}R}} = \frac{7}{10}R.$$

2. R_{13} – odpor mezi vrcholy 1-3

Zde je situace podobná jako v prvním případě. Rezistorem R_{05} díky symetrii neteče proud, a proto jej lze odstranit. Odpor R_{13} potom spočítáme jako paralelní zapojení odporů $2R$ a R' .

$$R_{13} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R'}} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{4R}} = \frac{4}{5}R.$$

3. R_{14} – odpor mezi vrcholy 1-4

Opět využijeme symetrii. Uzly 5 a 3 mají stejný potenciál, můžeme je tedy spojit. Dostaneme tak zapojení s dvěma paralelními obvody, jejichž odpor snadno spočítáme.

$$R_{14} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} + \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}}} + \frac{1}{2R}} = \frac{11}{10}R.$$

4. R_{24} - odpor mezi vrcholy 2-4

V tomto případě je nulový potenciálový rozdíl mezi uzly 0 a 3. Po odstranění rezistoru R_{03} vypočítáme odpor R_{24} jako paralelní zapojení odporů $2R$ a $2R + 1/(\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R})$.

$$R_{24} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R + \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}}}} = \frac{6}{5}R.$$

Úloha se samozřejmě dala řešit i jinými způsoby. Několik řešitelů využilo transformaci hvězdy na trojúhelník a naopak, další řešili úlohu přímo pomocí Kirchhoffových zákonů (zde však často docházelo k chybám, když někdo řeší soustavu 10 rovnic o 10 neznámých, snadno se zmýlí).

Eva Skopalová
fykos@mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.