

15. ročník, úloha VI. 1 ... lamborghini (3 body; průměr ?; řešilo 19 studentů)

Odhadněte, jak velkou vertikální silou je Lamborghini Murcielago nadlehčováno, jede-li rychlostí $320 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Pozor, toto není experimentální úloha!



Lamborghini Murcielago

Podívejme se nejprve na původ vztlakové síly, která Lamborghini nadlehčuje (a díky níž při vhodné konstrukci létají letadla). Při jízdě vzduch proudí nad i pod autem. Díky profilu auta je dráha s_1 , kterou musí obtékat vzduch urazit nad autem, delší než dráha pod autem s_2 , vzduch tam tedy musí proudit rychleji. Víme, že rychlost tekutiny v souvisí s jejím tlakem p . Pro nevířivé a stacionární proudění tuto souvislost popisuje Bernoulliho rovnice. Protože popis pro turbulentní proudění je o mnoho složitější, musíme udělat podstatné zanedbání a považovat proudění kolem auta za nevířivé. Bernoulliho rovnici pak napíšeme ve tvaru

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

kde indexy 1 značí velikosti veličin nad autem a 2 po autem a ρ je hustota vzduchu. Z nerovnosti $v_1 > v_2$ plyne $p_1 < p_2$; auto je tedy nadlehčováno.

Nyní se pokusme odhadnout velikost vztlakové síly. Tlaková síla nad autem nepůsobí díky šikmosti kapoty kolmo dolů, ale na druhou stranu působí na větší plochu. Rozmyslete si, že ona plocha je právě tolikrát větší než plocha podvozku, kolikrát je větší tlaková síla kolmá ke kapotě než její svislá složka. Tudíž můžeme pro vztlakovou sílu psát

$$F = \frac{1}{2} \rho S (v_1^2 - v_2^2),$$

kde S je plocha podvozku. Zbývá odhadnout rozdíl velikosti v_1 a v_2 . Platí $v_1/v_2 = s_1/s_2 = \alpha$. Profil auta lze nahradit trojúhelníkem či obloukem kružnice a z toho spočítat poměr α . Takové odhady jsou ale příliš nadsazené a dávají vztlakovou sílu mnohdy větší, než je tíha auta. Lepší je poměr α zkusit změřit přímo z profilového obrázku auta, nám vyšlo $1/24 < \alpha - 1 < 1/14$. Zkusme tedy spočítat sílu pro $\alpha = 21/20$. Podvozek auta má plochu $S = 4,47 \cdot 2,04 \text{ m}^2$. Rychlost $v_2 = 320 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a tedy

$$F = \frac{1}{2} \rho S (\alpha^2 - 1) v_2^2 \approx 5 \text{ kN}.$$

Relativní chybu tohoto výsledku odhadujeme na 100%, neboť se velmi těžko určuje koeficient α , a také nesmíme zapomenout, že jsme zanedbali turbulentnost proudění kolem auta. Tíha auta je asi 17 kN, odhad vztlakové síly vyšel asi třikrát menší. Vidíme, že výrobci si musí dávat velký pozor na to, aby se z Lamborghini Diablo nestalo letadlo. K Formulím 1 se například ze stejného důvodu montují přitlačná křídla.