

15. ročník, úloha IV. 1 ... flak z šošovky (5 bodů; průměr ?; řešilo 39 studentů)

Mějme čočku o průměru D a ohniskové vzdálenosti f zasazenou ve stěně. Ve vzdálenosti r od stěny a y od optické osy máme bodový zdroj světla, který vyzařuje izotropně. Za čočkou máme ve vzdálenosti l stínítko. A nás by zajímalo, kam dopadne světlo ze zdroje, případně i průběh intenzity na stínítku. (Neuvažujte zobrazovací vady čočky a vlnové vlastnosti světla.)

Vymyslel Miro Kladiva.

Všechny paprsky, které dopadnou na čočku, se zlomí do geometrického obrazu zdroje. Polohu obrazu určíme ze zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f},$$

kde r je vzdálenost předmětu od čočky, a' je vzdálenost obrazu od čočky a f jsme označili ohniskovou vzdálenost čočky. Vzdálenost obrazu od optické osy y' určíme z podobnosti trojúhelníků jako

$$y' = \frac{ya'}{r},$$

kde y je stejně jako v zadání vzdálenost předmětu od optické osy.

Paprsky za čočkou tedy tvoří zkosený kužel, který má vrchol v obraze zdroje, a čočka samotná tvoří jeho podstavu. Tvar světlého fleku na stínítku bude tedy kruhový stejně jako je kruhová čočka. Střed S tohoto kruhu bude dán průsečíkem stínítka a hlavního paprsku (procházejícího středem čočky). Vzdálenost s bodu S od optické osy tedy bude z podobnosti trojúhelníků

$$s = \frac{ly}{r},$$

kde l je vzdálenost stínítka od čočky. Označme D průměr čočky. Uvažujeme-li obdobně paprsek jdoucí např. dolním okrajem čočky, dostáváme pro vzdálenost b jednoho okraje stínu od optické osy

$$\frac{a'}{\frac{D}{2} - y'} = \frac{l}{\frac{D}{2} - b}.$$

Pro poloměr stínu R tedy po přímocarám výpočtu vychází

$$R = |b - s| = \left| \frac{D}{2fr} (lr - lf - rf) \right|.$$

Toť tedy vše k vyšetřování tvaru stínu.

Nyní se podívejme, jak je to s rozložením intenzity světla. V kruhu na stínítku bude rozložení intenzity stejné jako na čočce, intenzita bude jen $[a'/(l - a')]^2$ krát větší. Zavedeme-li v rovině čočky souřadnou soustavu s osou y mířící nahoru a osou x dopředu a budeme-li odteď vzdálenost zdroje světla od optické osy označovat y_0 , je intenzita světla na čočce

$$I = \frac{Kr}{(r^2 + x^2 + (y - y_0)^2)^{3/2}},$$

kde K je konstanta charakterizující mohutnost zdroje.

Maximum intenzity je pro $x = 0$, $y = y_0$, tedy na stínítku v bodě vzdáleném od optické osy

$$y = \frac{(y' + y_0)l}{a'} - y_0.$$