

15. ročník, úloha II. 3 ... fotografování (4 body; průměr ?; řešilo 44 studentů)

Při fotografování běžným fotoaparátem nelze dokonale zaostřit na všechny objekty. Ostře se zobrazí pouze body ležící v rovině kolmé na osu objektivu, na kterou je aparát zaostřen. Co se ale stane, když sklopíme ve foťáku film (vůči objektivu)? Kde pak budou body, které se zobrazí ostře? Lze toho nějak prakticky využít?

Cestou vlakem do Brna napadlo Honzu Houšťka

Pro jednoduchost předpokládejme, že objektiv fotoaparátu je možno považovat za ideální spojnou čočku. Úlohu budeme řešit tak, že za předmět budeme považovat skloněný film (pod úhlem α) a budeme hledat jeho obraz. Toto si můžeme dovolit, protože čočka je jedno, jestli zobrazuje předmět zprava doleva nebo zleva doprava. Také je jí absolutně jedno, kterým směrem světlo letí. Předmět zobrazí na obraz a obraz zpátky na původní předmět.

Udělejme ještě jedno zjednodušení. Předpokládejme, že čočka je symetrická. Pak se můžeme věnovat zobrazování v rovině, pro které máme jednoduché vztahy. Pro zobrazení obrazu a' platí zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}. \quad (1)$$

Pro příčné zvětšení si můžete v učebnicích optiky najít vzoreček

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a' - f}{f}. \quad (2)$$

Čárkované souřadnice přísluší obrazu, nečárkované se týkají zobrazovaného bodu (filmu).

Podívejme se, kam se nám zobrazí bod $[x, y] = [x, (x - a_0) \operatorname{tg} \alpha]$, kde $a - 0$ je vzdálenost průsečíku filmu od čočky. Bod x se podle (1) zobrazí do x' ,

$$x' = \frac{xf}{x - f}. \quad (3)$$

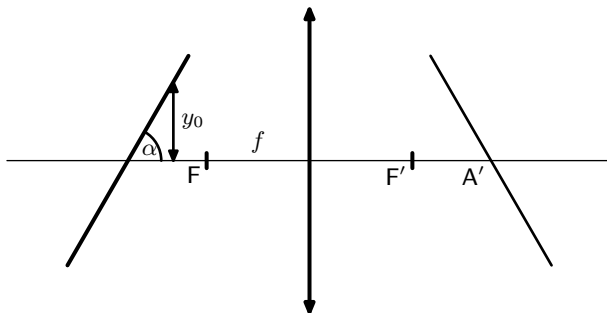
Bod y se podle (2) zobrazí do y' ,

$$y' = -f \frac{x - a_0}{x - f} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4)$$

Když si vyjádříme z rovnic (3) a (4) x a rovnice porovnáme, dostaneme pro x', y' podmínku

$$y' = \left(\frac{a_0}{f} - 1 \right) \operatorname{tg} \alpha x' - a_0 \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

Vzorec (5) je rovnice přímky, řez filmem se tedy zobrazil na přímku.



Obr. 1. Zobrazení přímky

Protože objektiv je symetrický, v libovolném řezu se podle (5) přímka promítne na přímku. Pootočením objektivu např. o devadesát stupňů se nám promítne řez filmem opět na přímku. Je zcela zřejmé, že všechny obrazové přímky se protnou ve společném bodě (je to bod filmu ležící přesně na optické ose). Výslednou plochu dostaneme tak, že kolem bodu A' budeme rotovat přímku. Plochu, kterou přímka opíše, bude sedlová plocha (se zápornou křivostí), pro rozumné umístění filmu téměř rovina.

Celé naše řešení bylo velice zjednodušeno tím, že jsme objektiv považovali za ideální čočku. Ve skutečnosti je to sice čočka, ale velice komplikovaná a někdy ideální čočce velice nepodobná. Navíc je navrhovaná pro fotoaparáty s kolmým filmem, kde zaručuje dobrou ostrost. Například v okamžiku, kdy skloníme film, se může stát, že jeden konec se dostane tak blízko čočky, že se z ní stane rozptylka ($a_0 - y_0 \operatorname{tg} \alpha < f$) pro jisté oblasti filmu. Také když postupujeme od osy objektivu, zvětšují se různé zobrazovací chyby, např. čočka nezobrazí bod přesně do bodu, ale do jisté oblasti atp. A i kdyby fotoaparát zobrazoval ostře, obraz, který tímto fotoaparátem dostaneme, bude také mírně deformován dále od středu filmu.

Využití tohoto fotoaparátu nevidím žádné, kromě „uměleckých fotografií“, pořizovaných pro vlastní potěšení. Použití pro letecký průzkum je nevhodné, protože obraz je deformován a není možné z něj přímo, bez počítání, odčítat polohu objektů.