

11. ročník, úloha VI. 2 ... izotop (4 body; průměr ?; řešilo 17 studentů)

Na pracoviště nukleární medicíny byla doručena zásilka izotopu A. V dokumentech, které přišly spolu s izotopem, bylo uvedeno, že 11,5 min po vyndání z reaktoru, kde tento izotop vzniká v čisté formě, byla aktivita zásilky 1000 rozpadů γ za sekundu. Když přeměřil aktivitu doručené zásilky bezpečnostní technik, zjistil, že je také 1000 rozpadů γ za sekundu. Určete dobu transportu zásilky, když víte, že se A rozpadá β rozpadem s poločasem 23 minut na B, které se s poločasem 23 dní rozpadá za emise β a γ na stabilní nuklid C.

Počet rozpadů γ za jednotku času je podle zadání a definice aktivita látky B. Ta je úměrná počtu částic B ve vzorku v daném čase. V čase 11,5 min po vyndání z reaktoru můžeme zanedbat rozpad látky B na látku C a uvažovat pouze rozpad A na B, který se děje podle exponenciálního zákona

$$N_A = N_{A0}e^{-\lambda t}, \quad N_B = N_{A0}(1 - e^{-\lambda t}).$$

Poločas rozpadu T je definován vztahem $e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$, po 11,5 minutách (polovině poločasu rozpadu A) byl tedy počet částic látky B

$$N_B = N_{A0} \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right].$$

Číslo v závorce je zhruba 0,293, to znamená, že výsledek bude řádově stejný jako poločas rozpadu B na C. Můžeme tedy předpokládat, že A se rozpadlo téměř celé v prakticky nulovém čase a rozpad B tedy probíhá opět exponenciálně

$$N_B = N_{B0}e^{-\lambda' T'}.$$

Protože zaniknutím jedné částice A vznikne jedna částice B, rovnají se N_{A0} a N_{B0} . Chceme, aby počet částic byl stejný jako v čase 11,5 min, což při uvážení definice poločasu rozpadu vede na rovnici

$$1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\tau/T'}$$

kterou vyřešíme logaritmováním

$$\tau = -T' \frac{\ln(1 - 1/\sqrt{2})}{\ln 2} \doteq 41 \text{ dní}.$$

Dalibor Šmíd