

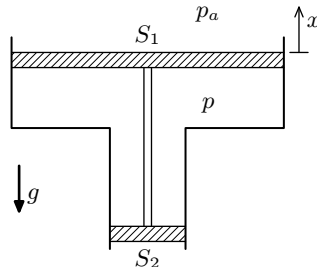
11. ročník, úloha V. 1 ... dvojpíst (4 body; průměr ?; řešilo 40 studentů)

Na obrázku 1 vidíte dva spojené písty o ploše S_1 a S_2 a celkové hmotnosti m zasunutě do pouzdra, které je na obou stranách otevřené. Celé zařízení je v rovnováze a je umístěno v tíhovém poli g . Vně pístů je atmosférický tlak p_a , uvnitř je 1 kmol ideálního plynu o tlaku p . O kolik stupňů Celsia musíme plyn mezi písty ohřát, aby se písty posunuly o x směrem vzhůru?

Nejprve si vyjádříme tlak p uvnitř dvojpístu. Na dvojpíst působí okolní vzduch silou o velikosti $p_a(S_1 - S_2)$ dolů a plyn uvnitř dvojpístu působí na něj silou o velikosti $p(S_1 - S_2)$ nahoru. Dále na něj působí tíhová síla o velikosti mg . Tedy platí

$$p(S_1 - S_2) = mg + p_a(S_1 - S_2),$$

$$p = p_a + \frac{mg}{S_1 - S_2}.$$



Obr. 1

Označme p , V a T tlak, objem a teplotu plynu před začátkem ohřívání a p' , V' a T' po ohřátí plynu. Ze stavové rovnice plyne

$$nR = \frac{pV}{T} = \frac{p'V'}{T'}.$$

Jestliže i po ohřátí bude soustava v rovnováze, musí platit $p' = p_a + mg/(S_1 - S_2)$ a tedy i $p = p'$. Objem se posunutím pístu zvětšil o $(S_1 - S_2)x$, tedy platí $V' = V + (S_1 - S_2)x$. Teplota se zvýšila o ΔT , tedy $T' = T + \Delta T$. Dosazením do stavové rovnice získáme

$$\frac{pV}{T} = \frac{p(V + (S_1 - S_2)x)}{T + \Delta T} \Rightarrow V\Delta T = T(S_1 - S_2)x.$$

Ze stavové rovnice spočteme T a dosadíme do posledního vztahu $T = pV/nR$,

$$\Delta T = \frac{p}{nR}(S_1 - S_2)x = \left(\frac{p_a}{nR} + \frac{mg}{(S_1 - S_2)nR} \right) (S_1 - S_2)x = \frac{p_a(S_1 - S_2) + mg}{nR} x.$$

Daniel Král